

У роботі пропонується квантовомеханічна модель явища дифракції фотонів на системі двох або більшого числа паралельних щілин в екрані. Виходячи з припущення, що фотони, проходячи через щілину, взаємодіють з електронами речовини, показано, що вид дифракційної картини, яка спостерігається на екрані, визначається спектром імпульсів електронів речовини з якої виготовлений екран. Отримано співвідношення, що визначає дифракційні кути, під якими спостерігаються максимуми освітленості, яке у випадку малих кутів дифракції та великих кутів ковзання збігається з відомою умовою максимуму для дифракційної решітки.

УДК 535.4.

А.В. Безуглий,
канд. фіз.-мат. наук
Харьковская национальная
академия городского хо-
зяйства

РОЗСІЯННЯ ФОТОНІВ ПРИ ПОХИЛОМУ ПАДІННІ СВІТЛА НА СИСТЕМУ ПАРАЛЕЛЬНИХ ЩІЛИН В ЕКРАНІ

Вступ.

В роботі [1] була розглянута задача про розсіяння фотонів на одній, двох та системі паралельних щілин в непрозорому плоскому екрані при нормальному падінні світла на екран.

Базуючись на тих же основних положеннях: що фотони які пролітають через щілини в екрані, пружно взаємодіють з електронами речовини екрана і в результаті ми отримуємо, в залежності від спектру імпульсів електронів, ту чи іншу інтерференційну картину плавну, чи порізану, в даній роботі пропонується квантово-механічна трактовка дифракції частинок у випадку їх похилого падіння на дифракційну ґратку.

Постановка та розв'язок задачі.

Будемо вважати, що в нескінченному непрозорому екрані, розташованому в площині YOZ прорізани вузькі щілини паралельні осі OZ (рис.1). Ширину щілини позначимо – b , ширину непрозорої ділянки – a , період решітки $d = a + b$. Оскільки $b \ll a$, то в подальшому будемо вважати що $d \approx a$. Частинки падають під деяким кутом до площини поверхні екрана (кутом ковзання) θ в позитивному напрямку осі X.

Будемо вважати також, що при проходженні фотонів через прозорі щілини між частинками падаючого випромінювання і електронами речовини відбувається пружна взаємодія. Застосовуємо для розрахунку розсіян-

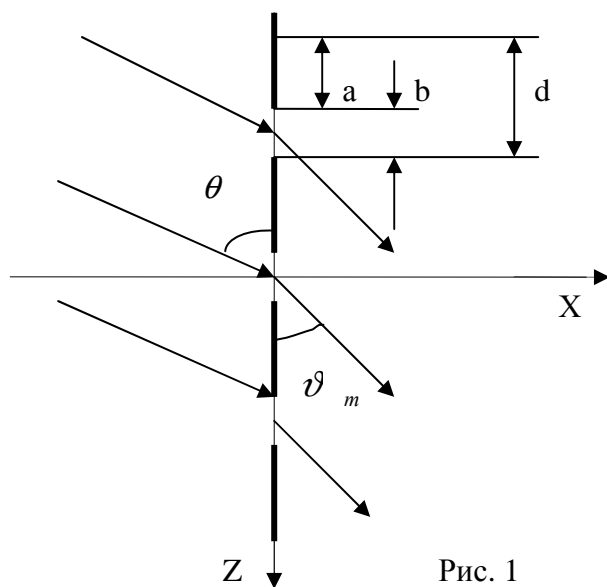


Рис. 1

ня закони збереження енергії та імпульсу.

На рис. 2 зображена діаграма імпульсів для зіткнення кванта з вільним електроном, який до зіткнення мав імпульс \vec{p}_1 , направлений вздовж осі Z. Тут κ_1 - імпульс первинного кванта, κ_2 - імпульс кванта, розсіяного під кутом ϑ_m , ϕ та \vec{p}_2 - кут вильоту

та імпульс електрона віддачі. При побудові діаграми імпульсів було враховано закон збереження імпульсу

$$\vec{\kappa}_1 + \vec{p}_1 = \vec{\kappa}_2 + \vec{p}_2 \quad (1)$$

Запишемо закон збереження імпульсу в проекціях на осі координат:

$$\begin{aligned} \kappa_1 \sin \theta &= p_2 \cos \varphi + \kappa_2 \sin \vartheta_m, \\ p_1 + \kappa_1 \cos \theta &= p_2 \sin \varphi + \kappa_2 \cos \vartheta_m. \end{aligned} \quad (2)$$

Після простих перетворень знайдемо:

$$\begin{aligned} p_2 \cos \varphi &= \kappa_1 \sin \theta - \kappa_2 \sin \vartheta_m, \\ p_2 \sin \varphi &= p_1 + \kappa_1 \cos \theta - \kappa_2 \cos \vartheta_m. \end{aligned} \quad (3)$$

Зведемо в квадрат кожне з рівнянь (3) та склавши їх отримаємо:

$$p_2^2 = \kappa_1^2 + \kappa_2^2 - 2\kappa_1\kappa_2(\sin \theta \sin \vartheta_m + \cos \theta \cos \vartheta_m) + p_1^2 + 2p_1\kappa_1 \cos \theta + 2p_1\kappa_2 \cos \vartheta_m \quad (4)$$

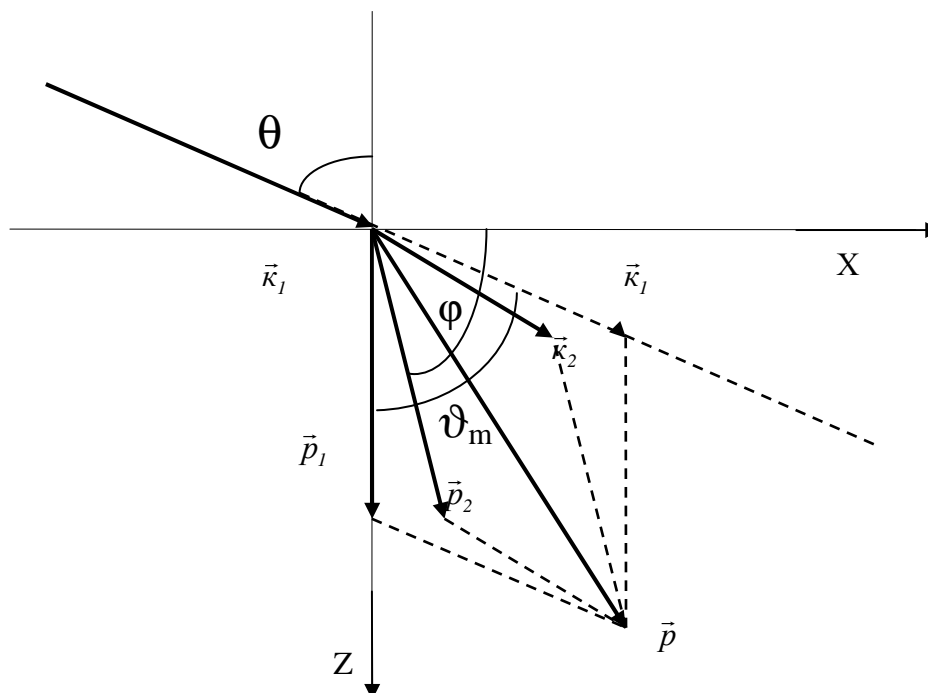
Виключимо з (4) член p_2^2 . Для цього скористуємося законом збереження енергії який в даному випадку має вигляд:

$$\kappa_1 c + \sqrt{m^2 c^4 + p_1^2 c^2} = \kappa_2 c + \sqrt{m^2 c^4 + p_2^2 c^2} \quad (5)$$

де m - маса спокою електрона;

c - швидкість світла в вакуумі.

Перенесемо κc в праву частину та зведемо в квадрат отриману рівність. Тоді:



$$p_2^2 c^2 = (\kappa_1 c)^2 + (\kappa_1 c)^2 - 2\kappa_1 \kappa_2 c^2 + 2\kappa_1 c \sqrt{m^2 c^4 + p_1^2 c^2} - 2\kappa_2 c \sqrt{m^2 c^4 + p_1^2 c^2} \quad (6)$$

Розділимо рівняння (6) на c^2 та прирівняємо його (4). Тоді отримаємо:

$$\begin{aligned} 2\kappa_1 \kappa_2 c^2 + \cos(\theta - \vartheta_m) + 2p_1 \kappa_2 \cos \vartheta_m &= 2\kappa_1 \kappa_2 + \\ &= 2\kappa_1 / c \sqrt{m^2 c^4 + p_1^2 c^2} - 2\kappa_2 / c \sqrt{m^2 c^4 + p_1^2 c^2}. \end{aligned} \quad (7)$$

Позначимо $E_1 = \sqrt{m^2 c^4 + p_1^2 c^2}$, $\vartheta = \theta - \vartheta_m$, тоді вираз (7) буде мати вигляд:

$$2\kappa_1 \kappa_2 (1 - \cos \vartheta) = \frac{2\kappa_1}{c} E_1 \left(1 - \frac{p_1 c}{E_1} \cos \vartheta \right) - \frac{2\kappa_2}{c} E_1 \left(1 - \frac{p_1 c}{E_1} \cos \vartheta_m \right). \quad (8)$$

В нерелятивістському випадку:

$$E_1 = \sqrt{m^2 c^4 + p_1^2 c^2} \cong mc^2,$$

$$\text{тоді } \frac{p_1 c}{E_1} = \frac{v_1}{c}$$

де v_1 - початкова швидкість електрона.

Слід зазначити, що рівняння (8) збігається з відповідним рівнянням, що описує пружне розсіяння фотона на електроні приведеним в [2].

Оскільки маса спокою фотонів дорівнює нулю, то імпульси квантів до розсіяння і після розсіяння дорівнюють відповідно:

$$\kappa_1 = \frac{\hbar \omega_0}{c}, \quad \kappa_2 = \frac{\hbar \omega}{c},$$

де $\dots \hbar = \frac{h}{2\pi}$, h -стала Планка.

Як і в попередній роботі [1] будемо нехтувати зміною частоти фотона внаслідок зіткнення з електроном, тобто в (8) покладемо $\kappa_1 = \kappa_2$.

Тоді з (8) отримаємо:

$$\frac{\cos \theta - \cos \vartheta_m}{1 - \cos \vartheta} = \frac{\kappa_1}{p_1} \quad (9)$$

Як і в [1] вважаємо, що електрони, які рухаються в непрозорій ділянці екрана, знаходяться в нескінченно глибокій потенціальній ямі. Таким чином можемо скористатися результатами для розподілу електронів за енергіями та імпульсами в нескінченно глибокій потенціальній приведеними в роботі [3]. Згідно з [3]:

$$\kappa = n \frac{h}{2e} \cong \frac{h}{2d}, \quad (10)$$

де $n = \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots$

Слід враховувати, що є певна ймовірність, що фотон пройде щілину не зіткнувшись з електроном. При зіткненні фотона з електроном, електрон може передати фотону лише певне квантоване значення імпульсу, яке дорівнює різниці імпульсів сусідніх рівнів. Таким чином, імпульс, який може отримати фотон:

$$\Delta k = m \frac{h}{2d}, \quad (11)$$

де $m = \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots$

Враховуючи (11) із (3) отримаємо:

$$\frac{1 - \cos \vartheta}{\cos \vartheta_m - \cos \theta} = m \frac{\lambda}{2d}. \quad (12)$$

Кут ϑ в (12) характеризує відхилення напрямку руху фотона від первинного напрямку, тобто це є кут дифракції.

Вираз (12) після нескладних тригонометричних перетворень можна переписати у вигляді:

$$\frac{\cos \vartheta_m - \cos \theta}{2 \sin^2 \frac{\vartheta_m + \theta}{2}} = \frac{\cos \vartheta_m - \cos \theta}{2 \left[1 - \cos^2 \left(\theta + \frac{\vartheta}{2} \right) \right]} = \frac{m\lambda}{2d} \quad (13)$$

У випадку малих кутів дифракції та великих значень кутів ковзання (малих значень кутів падіння) з точністю до членів другого порядку малості $0 \left[\left(\frac{\vartheta}{2} \right)^2 \right]$ отримаємо рівняння:

$$d(\cos \vartheta_m - \cos \theta) = m\lambda \quad (14)$$

яке збігається з відомими результатами, для дифракції світла при похилому падінні на дифракційну ґратку приведеніми, наприклад, в роботі [4].

Висновки.

У роботі розглянута задача розсіювання фотонів на системі вузьких паралельних щілин в непрозорому екрані.

Базуючись на квантово-механічній моделі взаємодії фотонів з електронами, згідно з якою непрозорим ділянкам екрана співставляються нескінченно глибокі потенціальні ями, отримано рівняння, яке визначає дифракційні кути, під якими розсіюються первинні фотони.

Показано, що вид дифракційної картини при падінні фотонів на систему двох або більшого числа вузьких щілин визначається спектром імпульсів вільних електронів непрозорих ділянок екрана.

Рівняння, яке визначає кути розсіювання первинних фотонів переходить в класичне співвідношення у випадку малих кутів падіння та малих кутів дифракції.

Література

1. Безуглый А.В. Дифракция фотонов на системы параллельных щелей// Радиотехника. 2006. Вып. 147. с. 65-68.
2. Ахнезер А.И., Берестецкий В.Б.; Квантовая электродинамика; "Наука", 1969, изд. 3е. с. 437.
3. Ландау А.Д., Лифшиц Е.М.; Теоретическая физика, т. 3-м.; 1963, с.63.
4. Сивухин Д.В., Общий курс физики, т.4-м. "Наука", 1985, с.307.

РАССЕЯНИЕ ФОТОНОВ ПРИ НАКЛОННОМ ПАДЕНИИ СВЕТА НА СИСТЕМУ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ЩЕЛЕЙ В ЭКРАНЕ

А.В. Безуглый

В работе предлагается квантовомеханическая модель явления диффракции фотонов на системе двух или большего числа параллельных щелей в экране. Исходя из предположения, что фотоны проходя через щель, взаимодействуют с электронами вещества, показано, что вид дифракционной картины, которая наблюдается на экране, определяется спектром импульсов электронов вещества, из которого изготовлен экран. Получено соотношении, которое определяет диффракционные углы под которыми наблюдаются максимумы освещенности, совпадающее в случае малых углов диффракции и больших углов скольжения с известным условием максимума для диффракционной решетки.

DISSIPATION OF PHOTONS ON THE SYSTEM OF PARALLEL SLITS IN THE ECRAN AT THE INCLINE INCIDENSE OF LIGHT

A.V. Bezouglyi

The quantum mechanics model of the diffraction of photons on the two or system some parallel slits in nontransparent ecran is proposed. Supposing photons flighting throug slit interect with electrons of solid it is demonstrated that diffraction pattern is determinated by spectrum of momentums of electrons. Expression determining diffraction angles of scattered photons coinsiding with known condition of maximum for diffraction grating in the case of small diffraction angles and big angles of sliding is obtaind.